

ISSN 1815 - 7467

**JOURNAL OF THE
COLLEGE OF
BASIC EDUCATION**

A Referred Scientific Journal

VOL. Number 15 - 60

Ministry of Higher Education
& Scientific Research
Al-Mustansiriyah University
College of Basic Education

JOURNAL OF THE COLLEGE OF BASIC EDUCATION

A REFEREED SCIENTIFIC JOURNAL

**Vol. 15
Number: 60
2009**

The cyclic Decomposition of $SL(2,p^k)$, where $p^k = 9, 25$ and 27

Neeran Sabah Jassim
Ibn-Al-Haitham College of Education
University of Baghdad

Abstract

The problem of finding the cyclic decomposition of the factor group $K(G) = cf(G,Z) / R(G)$ has been considered in this paper for G is the special linear group $SL(2,9)$, $SL(2,25)$ and $SL(2,27)$.

التجزئة الدائرية للزمرة المنتهية الخطية الخاصة $SL(2,p^k)$ عندما

$$p^k = 9, 25, 27$$

نيران صباح جاسم

قسم الرياضيات - كلية التربية - ابن الهيثم - جامعة بغداد

المستخلص

ان مسألة ايجاد التجزئة الدائرية للزمرة القسمة $K(G) = cf(G,Z) / R(G)$ قد اعتبرت في هذا البحث للزمرة المنتهية الخطية الخاصة $SL(2,9)$ ، $SL(2,25)$ و $SL(2,27)$.

Introduction

The set of all Z -valued class functions of a finite group G form an abelian group $cf(G,Z)$ under point wise addition. Inside this group we have a subgroup of Z -valued generalized characters of G denoted by $R(G)$.

The group of invertible $n \times n$ matrices over a field F denoted by $GL(n,F)$. The determinant of these matrices is a homomorphism from $GL(n,F)$ into $F - \{0\}$ and we denote the kernel of this homomorphism by $SL(n,F)$, the special linear group. Thus $SL(n,F)$ is the subgroup of $GL(n,F)$ which contains all matrices of determinant one over the field F .

§.1 Preliminaries

In this section, we give some basic known results which will be needed later.

Theorem 1.1 : [3]

The order of $SL(2, p^k)$ is $p^k (p^{2k} - 1)$.

Theorem 1.2 : [3]

$G=SL(2, p^k)$ has exactly $p^k + 4$ conjugacy classes :

$$1, z, c, d, zc, zd, a, a^2, \dots, a^{\frac{p^k-3}{2}}, b, b^2, \dots, b^{\frac{p^k-1}{2}}$$

Let:

- v be the generator of the cyclic multiplicative group F^* ,
- $1 \leq \ell \leq (p^k - 3)/2$,
- $1 \leq m \leq (p^k - 1)/2$.

Thus this conjugacy classes is satisfied

$g \in G$	Notation	C_g	$ C_g $	$ C_G(g) $
$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	1	C_1	1	$p^k (p^{2k} - 1)$
$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$	z	C_z	1	$p^k (p^{2k} - 1)$
$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$	c	C_c	$(p^{2k} - 1)/2$	$2p^k$
$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ v & 1 \end{pmatrix}$	d	C_d	$(p^{2k} - 1)/2$	$2p^k$
$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$	zc	C_{zc}	$(p^{2k} - 1)/2$	$2p^k$
$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -v & -1 \end{pmatrix}$	zd	C_{zd}	$(p^{2k} - 1)/2$	$2p^k$
$\begin{pmatrix} v^\ell & 0 \\ 0 & v^{-\ell} \end{pmatrix}$	a^ℓ	C_{a^ℓ}	$p^k (p^k + 1)$	$p^k - 1$
Element of order $(p^k + 1)m$	b^m	C_{b^m}	$p^k (p^k - 1)$	$p^k + 1$

THEOREM (1.3): [1]

Let $G = SL(2, p^k)$, then the Schur indices of the irreducible characters of G over the rational numbers Q are as follows:

	$p^k \equiv 1 \pmod{4}$	$p^k \equiv 3 \pmod{4}$
1_G	1	1
ψ	1	1
χ_i	2 (i odd)	2 (i odd)
	1 (i even)	1 (i even)
θ_j	2 (j odd)	2 (j odd)
	1 (j even)	1 (j even)
ξ_1	1	1
ξ_2	1	1
η_1	2	1
η_2	2	1

LEMMA (1.4): [1]

Let ζ be a primitive n -th root of unity, $i \in Z$ and $d_i = (i, n)$. and let $n \neq d_i, 2d_i$. Then:

$$\sum_{\alpha \in \Gamma_i} (\zeta^i + \zeta^{-i})^\alpha = \mu\left(\frac{n}{d_i}\right).$$

where $\Gamma_i = \Gamma(Q(\zeta^i + \zeta^{-i}):Q)$ and μ is the Möbius function.

Recall that μ -function defined by:

$$\mu(n) = \begin{cases} 1 & \text{if } n=1 \\ 0 & \text{if } a^2 \mid n \text{ for some } a > 1 \\ (-1)^k & \text{if } n = p_1 p_2 \cdots p_k, p_i \text{ are distinct primes.} \end{cases}$$

See [5]

LEMMA (1.5): [1]

Let ζ be a primitive n -th root of unity, $i \in \mathbb{Z}$ and $d_i = (i, n)$. and let $n \neq d_i, 2d_i$. Let $\Gamma = \Gamma(Q(\zeta + \zeta^{-1}):Q)$. Then

$$\sum_{\alpha \in \Gamma} (\zeta^i + \zeta^{-i})^\alpha = \frac{\Phi(n)}{\Phi(\frac{n}{d_i})} \mu\left(\frac{n}{d_i}\right).$$

Corollary (1.6): [1]

Let ζ be a primitive n -th root of unity and $1 \leq i \leq \frac{n}{2}$. Let $\Gamma = \Gamma(Q(\zeta + \zeta^{-1}):Q)$. Then

$$\sum_{\alpha \in \Gamma} (\zeta^i + \zeta^{-i})^\alpha = \frac{\Phi(n)}{\Phi(\frac{n}{d_i})} \mu\left(\frac{n}{d_i}\right).$$

where $d_i = (i, n)$.

LEMMA (1.7): [2]

Let χ be a rational valued character of G and let $x, y \in G$ with $\langle x \rangle = \langle y \rangle$. Then $\chi(x) = \chi(y)$.

LEMMA (1.8): [1]

Let $G = SL(2, p^k)$, where p is an odd prime. Then $\langle c \rangle = \langle d \rangle$ if and only if k is odd.

NOTATION: [1].

Let $G = SL(2, p^k)$ for some prime $p \neq 2$, e and e' denote divisors of $p^k - 1$ such that $e < \frac{p^k - 1}{2}$ and $e' < \frac{p^k - 1}{2}$, f and f' denote divisors of $p^k + 1$ such that $f < \frac{p^k + 1}{2}$ and $f' < \frac{p^k + 1}{2}$, ρ_e is a primitive $(\frac{p^k - 1}{e})$ -th root of unity, σ_f is a primitive $(\frac{p^k + 1}{f})$ -th root of unity, $1, z, c, d, a, b$ are as in theorem (1.2), let

The cyclic Decomposition of $SL(2, p^k)$, where $p^k = 9, 25$ and $27 \dots\dots\dots$

Neeran Sabah Jassim

$\varepsilon = (-1)^{(p^k-1)/2}$, let $\rho \in C$ be a $(p^k - 1)$ -th root of unity and $\sigma \in C$ be a $(p^k + 1)$ -th root of unity.

$$B(k) = \begin{cases} 1 & \text{if } k \text{ is even} \\ 2 & \text{otherwise} \end{cases} \quad E(p^k) = \begin{cases} 1 & \text{if } p^k \equiv 3 \pmod{4} \\ 2 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$A(e) = \frac{1}{2} \Phi\left(\frac{p^k - 1}{e}\right) \quad C(f) = \frac{1}{2} \Phi\left(\frac{p^k + 1}{f}\right)$$

$$\tau_1(e, e') = \sum_{\alpha \in \Gamma} (\rho_e^{e'} + \rho_e^{-e'})^\alpha = \frac{\Phi\left(\frac{p^k - 1}{e}\right)}{\Phi\left(\frac{p^k - 1}{ee'}\right)} \mu\left(\frac{p^k - 1}{ee'}\right)$$

where $\Gamma = \Gamma(Q(\chi_e):Q)$. [Note that $\Gamma = \Gamma(Q(\rho_e + \rho_e^{-1}):Q)$].

$$\tau_2(f, f') = \sum_{\alpha \in \Gamma_1} (\sigma_f^{f'} + \sigma_f^{-f'})^\alpha = \frac{\Phi\left(\frac{p^k + 1}{f}\right)}{\Phi\left(\frac{p^k + 1}{ff'}\right)} \mu\left(\frac{p^k + 1}{ff'}\right)$$

where $\Gamma_1 = \Gamma(Q(\theta_j):Q)$. [Note that $\Gamma = \Gamma(Q(\sigma_f + \sigma_f^{-1}):Q)$].

χ_i, θ_j are irreducible characters of G . Then $\sum_{\alpha \in \Gamma} \chi_i^\alpha$, where $\Gamma = \Gamma(Q(\chi_i):Q)$, and

$\sum_{\alpha \in \Gamma_1} \theta_j^\alpha$, where $\Gamma_1 = \Gamma(Q(\theta_j):Q)$, are rational valued characters of G .

$$\chi_e = B(e) \sum_{\alpha \in \Gamma} \chi_i^\alpha \text{ where } e = (i, p^k - 1).$$

$$\theta_j = B(f) \sum_{\alpha \in \Gamma_1} \theta_j^\alpha \text{ where } f = (i, p^k + 1).$$

ξ' and η' denote the irreducible characters of the rational representations of G arising from ξ_1 (or ξ_2) and η_1 (or η_2) respectively where k is even.

Also we know that the column for the class zc is obtained from the relation

$$\chi(zc) = \frac{\chi(z)}{\chi(1)} \chi(c) \text{ where } \chi \text{ is an irreducible character of } G.$$

So the character table of rational representations of $SL(2, p^k)$, p an odd prime, k even is described in the following table:

The cyclic Decomposition of $SL(2, p^k)$, where $p^k = 9, 25$ and 27

Neeran Sabah Jassim

and the character table of rational representations of $SL(2, p^k)$, p an odd prime, k odd is described in the following table:

C_g	1	z	c and d	a^c	b^f
$ C_g $	1	1	$(p^{2k}-1)/2$	$p^k(p^k+1)$	$p^k(p^k-1)$
$ CG(g) $	$p^k(p^{2k}-1)$	$p^k(p^{2k}-1)$	$2p^k$	p^k-1	p^k+1
1_G	1	1	1	1	1
ψ	p^k	p^k	0	1	-1
χ_e	$(p^k+1)A(e)B(e)$	$(-1)^c(p^k+1)A(e)B(e)$	$A(e)B(e)$	$A(e)B(e)\tau_1(e, e')$	0
θ_f	$(p^k-1)C(f)B(f)$	$(-1)^f(p^k-1)C(f)B(f)$	$-C(f)B(f)$	0	$-C(f)B(f)\tau_2(f, f')$
$\zeta_1 + \zeta_2$	(p^k+1)	$\varepsilon(p^k+1)$	1	$(-1)^c \varepsilon^2$	0
$\eta_1 + \eta_2$	$(p^k-1)E(p^k)$	$-\varepsilon(p^k-1)E(p^k)$	-1	0	$(-1)^{f+1} 2E(p^k)$

C_g	1	z	c and d	a^c	b^f
$ C_g $	1	1	$(p^{2k}-1)/2$	$p^k(p^k+1)$	$p^k(p^k-1)$
$ CG(g) $	$p^k(p^{2k}-1)$	$p^k(p^{2k}-1)$	$2p^k$	p^k-1	p^k+1
1_G	1	1	1	1	1
ψ	p^k	p^k	0	1	-1
χ_e	$(p^k+1)A(e)B(e)$	$(-1)^c(p^k+1)A(e)B(e)$	$A(e)B(e)$	$B(e)\tau_1(e, e')$	0
θ_f	$(p^k-1)C(f)B(f)$	$(-1)^f(p^k-1)C(f)B(f)$	$-C(f)B(f)$	0	$-B(f)\tau_2(f, f')$
$\zeta_1 + \zeta_2$	(p^k+1)	$\varepsilon(p^k+1)$	1	$(-1)^c \varepsilon^2$	0
$\eta_1 + \eta_2$	$(p^k-1)E(p^k)$	$-\varepsilon(p^k-1)E(p^k)$	-1	0	$(-1)^{f+1} 2E(p^k)$

Theorem 1.6 : [4]

Let G be a cyclic P -group. Then

$$K(G) = Z_p.$$

Theorem 1.7 : [4]

Let G be a cyclic group of order P^n . Then

$$K(G) = \bigoplus_{i=1}^n Z_{p^i}$$

§2 The Cyclic Decomposition of $K(SL(2, p^k))$

In this section we will introduce the diagonalization of the matrix for the rational valued character table by using row and column operations with the condition (when we multiply row or column by a number the number must be integer).

Then we suppose that the diagonalization of this matrix for rational valued character table as

$$\begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_n \end{pmatrix}$$

Then the cyclic decomposition for the group $K(SL(2, p^k))$ is:

$$K(SL(2, p^k)) = Z_{m_1} \oplus Z_{m_2} \oplus Z_{m_3} \oplus \dots \oplus Z_{m_n} \dots (*)$$

As special cases we consider the following:

(1) $p^k = 9 \Rightarrow |SL(2, 9)| = 9(9^2 - 1) = 9(80) = 720$

e and e' are divisors of 8 which are 1, 2, 4, 8 such that $e, e' < 4$ so $e, e' = 1, 2$, f and f' are divisors of 10 which are 1, 2, 5, 10, such that $f, f' < 5$, so $f = f' = 1, 2$, and $\varepsilon = 1$, from that:

the conjugacy classes are 1, z, c, zc, a, a^2, b , and b^2

The cyclic Decomposition of $SL(2, p^k)$, where $p^k = 9, 25$ and 27

Neeran Sabah Jassim

the characters are $1_G, \psi, \chi_1, \chi_2, \theta_1, \theta_2, \xi_1 + \xi_2 = \xi',$ and $\eta_1 + \eta_2 = \eta'$

$$A(1) = \frac{1}{2} \Phi(8) = 2, \quad A(2) = \frac{1}{2} \Phi(4) = 1, B(1) = 2, \quad B(2) = 1, \quad C(1) = \frac{1}{2} \Phi(10) = 2,$$

$$C(2) = \frac{1}{2} \Phi(5) = 2, \quad \tau_1(1,1) = \frac{\Phi(8)}{\Phi(8)} \mu(8) = 0, \quad \tau_1(1,2) = \frac{\Phi(8)}{\Phi(4)} \mu(4) = 0,$$

$$\tau_1(2,1) = \frac{\Phi(4)}{\Phi(4)} \mu(4) = 0, \text{ by (lemma 1.5) and (corollary 1.6) (i = 2, n = 14, d_i = 2),}$$

$$\text{so } \tau_1(2,2) = \frac{\Phi(14)}{\Phi(7)} \mu(7) = -1, \tau_2(1,1) = \frac{\Phi(10)}{\Phi(10)} \mu(10) = 1, \tau_2(1,2) = \frac{\Phi(10)}{\Phi(5)} \mu(5) = -1,$$

$$\tau_2(2,1) = \frac{\Phi(5)}{\Phi(5)} \mu(5) = -1, \text{ we find } \tau_2(2,2) \text{ by (lemma 1.5) and (corollary 1.6) so}$$

$$\tau_2(2,2) = \frac{\Phi(5)}{\Phi(5)} \mu(5) = -1, E(9) = 1.$$

By Schur indices (theorem 1.3) we divide $\chi_1, \theta_1,$ and η' by 2, and others by 1 the character table of rational representation of $SL(2,9)$ is:

C_g	1	z	c	zc	a	a ²	b	b ²
$ C_g $	1	1	40	40	90	90	72	72
$ C_G(g) $	720	720	18	18	8	8	10	10
1_G	1	1	1	1	1	1	1	1
ψ	9	9	0	0	1	1	-1	-1
χ_1	20	-20	2	-2	0	0	0	0
χ_2	10	10	1	1	0	-2	0	0
θ_1	16	-16	-2	2	0	0	-1	1
θ_2	16	16	-2	-2	0	0	1	1
ξ'	10	10	1	1	-2	2	0	0
η'	8	-8	-1	1	0	0	2	-2

Then by using elementary row and column operations, we get the following diagonal matrix

The cyclic Decomposition of $SL(2, p^k)$, where $p^k = 9, 25$ and 27

Neeran Sabah Jassim

$$\begin{pmatrix} 720 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -180 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Thus by (*), we obtained

$$K(SL(2,9)) = Z_{720} \oplus Z_{180} \oplus Z_1 \oplus Z_2 \oplus Z_1 \oplus Z_2 \oplus Z_1 \oplus Z_2$$

$$(2) p^k = 25 \Rightarrow |SL(2,25)| = 25(625 - 1) = 27(624) = 15600$$

e and e' are divisors of 24 which are 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 such that $e, e' < 12$ so $e, e' = 1, 2, 3, 4, 6, 8, f$ and f' are divisors of 26 which are 1, 2, 13, 26, such that $f, f' < 13$, so $f = f' = 1, 2, \varepsilon = 1$, from that:

the conjugacy classes are $1, z, c, zc, a, a^2, a^3, a^4, a^6, a^8, b$ and b^2

the characters are $1_G, \psi, \chi_1, \chi_2, \chi_3, \chi_4, \chi_6, \chi_8, \theta_1, \theta_2, \xi_1 + \xi_2 = \xi'$, and $\eta_1 + \eta_2 = \eta'$

$$A(1) = \frac{1}{2}\Phi(24) = 4, \quad A(2) = \frac{1}{2}\Phi(12) = 2, \quad A(3) = \frac{1}{2}\Phi(8) = 2, \quad A(4) = \frac{1}{2}\Phi(6) = 1,$$

$$B(1) = 2, \quad B(2) = 1, \quad B(3) = 2, \quad B(4) = 1, \quad B(7) = 2, \quad C(1) = \frac{1}{2}\Phi(26) = 6,$$

$$C(2) = \frac{1}{2}\Phi(13) = 6, \quad \tau_1(1,1) = \frac{\Phi(24)}{\Phi(24)}\mu(24) = 0, \quad \tau_1(1,2) = \frac{\Phi(24)}{\Phi(12)}\mu(12) = 0,$$

$$\tau_1(1,3) = \frac{\Phi(24)}{\Phi(8)}\mu(8) = 0, \quad \tau_1(1,4) = \frac{\Phi(24)}{\Phi(6)}\mu(6) = 4, \quad \tau_1(1,6) = \frac{\Phi(24)}{\Phi(4)}\mu(4) = 0,$$

$$\tau_1(1,8) = \frac{\Phi(24)}{\Phi(3)}\mu(3) = -4, \quad \tau_1(2,1) = \frac{\Phi(12)}{\Phi(12)}\mu(12) = 0, \quad \tau_1(2,2) = \frac{\Phi(12)}{\Phi(6)}\mu(6) = 2,$$

The cyclic Decomposition of $SL(2,p^k)$, where $p^k = 9, 25$ and 27

Neeran Sabah Jassim

$$\tau_1(2,3) = \frac{\Phi(12)}{\Phi(4)} \mu(4)=0, \tau_1(2,4) = \frac{\Phi(12)}{\Phi(3)} \mu(3)=-2, \tau_1(2,6) = \frac{\Phi(12)}{\Phi(4)} \mu(4)=0,$$

$$\tau_1(2,8) = \frac{\Phi(12)}{\Phi(3)} \mu(3)=-2, \tau_1(3,1) = \frac{\Phi(8)}{\Phi(8)} \mu(8)=0, \tau_1(3,2) = \frac{\Phi(8)}{\Phi(4)} \mu(4)=0,$$

by (lemma 1.5) and (corollary 1.6) ($i = 3, n = 8, d_i = 1$), $\tau_1(3,3) = \frac{\Phi(8)}{\Phi(8)} \mu(8)=0,$

$$\tau_1(3,4) = \frac{\Phi(8)}{\Phi(2)} \mu(12)=-4, \tau_1(3,6) = \frac{\Phi(8)}{\Phi(4)} \mu(4)=0, \tau_1(3,8) = \frac{\Phi(8)}{\Phi(3)} \mu(3)=-2,$$

$$\tau_1(4,1) = \frac{\Phi(6)}{\Phi(6)} \mu(6)=1, \tau_1(4,2) = \frac{\Phi(6)}{\Phi(3)} \mu(3)=-1, \tau_1(4,3) = \frac{\Phi(6)}{\Phi(2)} \mu(2)=-2, \text{ by}$$

(lemma 1.5) and (corollary 1.6) ($i = 4, n = 6, d_i = 2$) so $\tau_1(4,4) = \frac{\Phi(6)}{\Phi(3)} \mu(3)=-1,$

$$\tau_1(4,6) = \frac{\Phi(6)}{\Phi(4)} \mu(4)=0, \tau_1(4,8) = \frac{\Phi(6)}{\Phi(3)} \mu(3)=-1, \tau_1(6,1) = \frac{\Phi(4)}{\Phi(4)} \mu(4)=0,$$

$$\tau_1(6,2) = \frac{\Phi(4)}{\Phi(2)} \mu(2)=-2, \text{ by (lemma 1.5) and (corollary 1.6) (} i = 6, n = 4, d_i = 2)$$

so $\tau_1(6,3) = \frac{\Phi(4)}{\Phi(2)} \mu(2)=-2, \tau_1(6,4) = \frac{\Phi(4)}{\Phi(2)} \mu(2)=-2, \text{ by (lemma 1.5) and}$

(corollary 1.6) ($i = 6, n = 4, d_i = 2$) so $\tau_1(6,6) = \frac{\Phi(4)}{\Phi(2)} \mu(2)=-2, \text{ by (lemma 1.5)}$

and (corollary 1.6) ($i = 6, n = 4, d_i = 2$) so $\tau_1(6,8) = \frac{\Phi(4)}{\Phi(2)} \mu(2)=-2,$

$$\tau_1(8,1) = \frac{\Phi(3)}{\Phi(3)} \mu(3)=-1, \text{ by (lemma 1.5) and (corollary 1.6) (} i = 8, n = 3, d_i = 1)$$

so $\tau_1(8,2) = \frac{\Phi(3)}{\Phi(3)} \mu(3)=-1, \tau_1(8,3) = \frac{\Phi(3)}{\Phi(3)} \mu(3)=-1, \text{ by (lemma 1.5) and}$

(corollary 1.6) ($i = 8, n = 3, d_i = 1$) so $\tau_1(8,4) = \frac{\Phi(3)}{\Phi(3)} \mu(3)=-1, \text{ by (lemma 1.5)}$

and (corollary 1.6) ($i = 8, n = 3, d_i = 1$) so $\tau_1(8,6) = \frac{\Phi(3)}{\Phi(3)} \mu(3)=-1, \text{ by}$

The cyclic Decomposition of $SL(2, p^k)$, where $p^k = 9, 25$ and 27

Neeran Sabah Jassim

(lemma 1.5) and (corollary 1.6) ($i = 8, n = 3, d_i = 1$) so $\tau_1(8,8) = \frac{\Phi(3)}{\Phi(3)} \mu(3) = -1,$

$$\tau_2(1,1) = \frac{\Phi(26)}{\Phi(26)} \mu(26) = 1, \tau_2(1,2) = \frac{\Phi(26)}{\Phi(13)} \mu(13) = -1, \tau_2(2,1) = \frac{\Phi(13)}{\Phi(13)} \mu(13) = -1,$$

by (lemma 1.5) and (corollary 1.6) ($i = 2, n = 13, d_i = 1$) so

$$\tau_2(2,2) = \frac{\Phi(13)}{\Phi(13)} \mu(13) = -1, E(25) = 2.$$

By Schur indices (theorem 1.3) we divide $\chi_1, \chi_3,$ and θ_1 by 2, and others by 1 the character table of rational representation of $SL(2,25)$ is:

C_g	1	z	c	zc	a	a ²	a ³	a ⁴	a ⁶	a ⁸	b	b ²
$ C_g $	1	1	312	312	650	650	650	650	650	650	600	600
$ C_G(g)$	1560	15600	50	50	24	24	24	24	24	24	26	26
1 _G	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
ψ	25	25	0	0	1	1	1	1	1	1	-1	-1
χ_1	104	-104	4	-4	0	0	0	4	0	-4	0	0
χ_2	52	52	2	2	0	2	0	-2	-4	-2	0	0
χ_3	52	-52	2	-2	0	0	0	-4	0	4	0	0
χ_4	26	26	1	1	1	-1	-2	-1	2	-1	0	0
χ_6	26	26	1	1	0	-2	0	2	-2	2	0	0
χ_8	26	26	1	1	-1	-1	2	-1	2	-1	0	0
θ_1	144	-144	-6	6	0	0	0	0	0	0	-1	1
θ_2	144	144	-6	-6	0	0	0	0	0	0	1	1
ξ	26	26	1	1	-2	2	-2	2	2	2	0	0
η	24	-24	-1	1	0	0	0	0	0	0	2	-2

Then by using elementary row and column operations, we get the following diagonal matrix

The cyclic Decomposition of $SL(2, p^k)$, where $p^k = 9, 25$ and $27 \dots \dots \dots$

Neeran Sabah Jassim

$$\begin{pmatrix} 15600 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3900 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

Thus by (*), we obtained

$$K(SL(2,25)) = Z_{15600} \oplus Z_{3900} \oplus Z_2 \oplus Z_1 \oplus Z_2 \oplus Z_1 \oplus Z_1 \oplus Z_1 \oplus Z_6 \oplus Z_4 \oplus Z_1 \oplus Z_2$$

$$(3) p^k = 27 \Rightarrow |SL(2,27)| = 27(729 - 1) = 27(728) = 19656$$

e and e' are divisors of 26 which are 1, 2, 13, 26 such that $e, e' < 13$ so $e, e' = 1, 2, f$ and f' are divisors of 28 which are 1, 2, 4, 7, 14, 28, such that $f, f' < 14$, so $f = f' = 1, 2, 4, 7$ and $\varepsilon = -1$, from that:

the conjugacy classes are $1, z, c, zc, a, a^2, b, b^2, b^4$ and b^7

the characters are $1_G, \psi, \chi_1, \chi_2, \theta_1, \theta_2, \theta_4, \theta_7, \xi_1 + \xi_2 = \xi'$, and $\eta_1 + \eta_2 = \eta'$

$$A(1) = \frac{1}{2}\Phi(26) = 6, A(2) = \frac{1}{2}\Phi(13) = 6, B(1) = 2, B(2) = 1, B(4) = 1, B(7) = 2,$$

$$C(1) = \frac{1}{2}\Phi(28) = 6, C(2) = \frac{1}{2}\Phi(14) = 3, C(4) = \frac{1}{2}\Phi(7) = 3, C(7) = \frac{1}{2}\Phi(4) = 1$$

$$\tau_1(1,1) = \frac{\Phi(26)}{\Phi(26)} \mu(26) = 1, \tau_1(1,2) = \frac{\Phi(26)}{\Phi(13)} \mu(13) = -1, \tau_1(2,1) = \frac{\Phi(13)}{\Phi(13)} \mu(13) = -1,$$

$$\tau_1(2,2) = \frac{\Phi(4)}{\Phi(2)} \mu(2) = -1, \tau_2(1,1) = \frac{\Phi(28)}{\Phi(28)} \mu(28) = 0, \tau_2(1,2) = \frac{\Phi(28)}{\Phi(14)} \mu(14) = 2,$$

$$\tau_2(1,4) = \frac{\Phi(28)}{\Phi(7)} \mu(7) = -2, \tau_2(1,7) = \frac{\Phi(28)}{\Phi(4)} \mu(14) = 0, \tau_2(2,1) = \frac{\Phi(14)}{\Phi(14)} \mu(14) = 1,$$

The cyclic Decomposition of $SL(2, p^k)$, where $p^k = 9, 25$ and 27
 Neeran Sabah Jassim

$$\tau_2(2,2) = \frac{\Phi(14)}{\Phi(7)} \mu(7) = -1, \text{ by (lemma 1.5) and (corollary 1.6) (i=2, n=14, d}_i = 2$$

$$\tau_2(2,4) = \frac{\Phi(14)}{\Phi(7)} \mu(7) = -1, \tau_2(2,7) = \frac{\Phi(14)}{\Phi(14)} \mu(14) = 1, \tau_2(4,1) = \frac{\Phi(7)}{\Phi(7)} \mu(7) = -1,$$

by (lemma 1.5) and (corollary 1.6) (i = 4, n = 7, $d_i = 1$) so $\tau_2(4,2)$

$$= \frac{\Phi(7)}{\Phi(7)} \mu(7) = -1, \text{ by (lemma 1.5) and (corollary 1.6) (i = 4, n = 7, } d_i = 1) \text{ so}$$

$$\tau_2(4,4) = \frac{\Phi(7)}{\Phi(7)} \mu(7) = -1, \text{ by (lemma 1.5) and (corollary 1.6) (i = 4, n = 7, } d_i = 1)$$

$$\text{so } \tau_2(4,7) = \frac{\Phi(7)}{\Phi(7)} \mu(7) = -1, \tau_2(7,1) = \frac{\Phi(4)}{\Phi(4)} \mu(4) = 0, \tau_2(7,2) = \frac{\Phi(4)}{\Phi(2)} \mu(2) = -2,$$

by (lemma 1.5) and (corollary 1.6) (i = 7, n = 4, $d_i = 1$) so $\tau_2(7,4)$

$$= \frac{\Phi(4)}{\Phi(4)} \mu(4) = 0, \text{ by (lemma 1.5) and (corollary 1.6) (i = 7, n = 4, } d_i = 1) \text{ so}$$

$$\tau_2(7,7) = \frac{\Phi(4)}{\Phi(4)} \mu(4) = 0, E(27) = 1.$$

By Schur indices (theorem 1.3) we divide $\chi_1, \theta_1,$ and θ_7 by 2, and others by 1
 the character table of rational representation of $SL(2,27)$ is:

C_g	1	z	c	zc	a	a^2	b	b^2	b^4	b^7
$ C_g $	1	1	364	364	756	756	702	702	702	702
$ C_G(g) $	19656	19656	54	54	26	26	28	28	28	28
1_G	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
ψ	27	27	0	0	1	1	-1	-1	-1	-1
χ_1	168	-168	6	-6	1	-1	0	0	0	0
χ_2	168	168	6	6	-1	-1	0	0	0	0
θ_1	156	-156	-6	6	0	0	0	-2	2	0
θ_2	78	78	-3	-3	0	0	-1	1	1	-1
θ_4	78	78	-3	-3	0	0	1	1	1	1
θ_7	26	-26	-1	1	0	0	0	2	0	0
ξ	28	-28	1	-1	-2	2	0	0	0	0
η	26	26	-1	-1	0	0	2	-2	2	-2

Then by using elementary row and column operations, we get the following diagonal matrix

$$\begin{pmatrix} 19656 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -4914 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4 \end{pmatrix}$$

Thus by (*), we obtained

$$K(SL(2,27)) = Z_{19656} \oplus Z_{4914} \oplus Z_1 \oplus Z_7 \oplus Z_1 \oplus Z_2 \oplus Z_2 \oplus Z_1 \oplus Z_2 \oplus Z_4$$

References

1. H.Behavesh; (1998), "The Rational Character Table Of Special Linear Groups", J.Sci.I.R.Iran, Vol.9, No.2, pp.(173 – 180).
2. J.P.Serre, (1977); "Linear Representation Of Finite Groups", Springer-Verlage.
3. K.E.Gehles; (2002), "Ordinary Characters of Finite Special Linear Groups", M.Sc. Dissertation, University of ST. Andrews.
4. M.S.Kirdar; (1982), "The Factor Group of the Z-Valued Class Function Module The Group of the Generalized Characters", Ph.D.Thesis, University of Birmingham.
5. M.S.Kirdar, (2002); "On Brauer's Proof Of The Artin Induction Theorem", Abhath AL-Yarmouk (Basic Sciences and Engineering), Yarmouk University, Vol.11, No.1A, pp.(51-54).

الصفحة	الموضوع	ت
877	مفهوم الذات وعلاقته بالتعبير الفني في رسوم المراهقين . أ.م.د. وعد عزيز عبد الله م. م. إمام علي بغيوي	.34
899	معالجة أسماك البعوض <i>Gambusia affinis</i> . المصابة بأنواع من فطريات الجنس <i>Saprolegnia</i> بطريقة التطهير في المستخلص المائي لبعض المستخلصات النباتية . خالدة سالم النعيم رجاء نوري مكي	.35
911	المناخ التنظيمي للجامعة المستنصرية من وجهة نظر الهيئات التدريسية م. د. هناء محمود إسماعيل القيسي	.36
935	انتاج لقاح جذري الدجاج من العترة اللقاحية (DCEP 25) المحضر على الزرع النسيجي ومقارنته باللقاح المنتج على أغشية الأجنة من العترة اللقاحية (HP2) م. م. د. هادي عبد الحميد مجيد	.37
1	The cyclic Decomposition of $SL(2, p^k)$, where $p^k = 9, 25$ and 27 Neeran Sabah Hassim	.37
15	Investigation of Antibacterial Activity of Cardamom Raghad Kwater Maeh Noor Sabah Yones Esraa Atea Ajeel	.38
23	Salinity effect on germination and seedling of three cultivars of (<i>Triticum aestivum</i> L.) Hassan Abdul Razak Ali Al-Saady	.39
33	A New Approach for Solving Degeneracy Problems Alauldin N. Ahmed S. M. Salman	.40
43	Assessment of Knowledge of Adolescents Toward Substance Abuse in Baghdad city Suham Abdullah Hamoo Dr. Ali Kareem Khudhair Al-Juboori	.41
55	Low lightness image enhancement by using adaptive histogram equalization algorithm Hana J. Kareem	.42

الصفحة	الموضوع	ت
607	أثر استخدام استراتيجيتين من نموذج (ميرل - تينسون) التعليمي في اكتساب المفاهيم الكيميائية لدى طالبات الصف الخامس العلمي . د. عدنان حكمت البياتي د. أحمد عبد الزهرة	23.
647	الوطن العربي في نظرية الأمن القومي الأمريكي م. عبد الصمد ناجي ملا ياس	24.
663	أثر التدريس باستعمال الاختبارات القبليّة في تحصيل طلبة الصف الثاني قسم التربية الأسرية في مادة حياة السجاد . م. م. مروج منذر محمد	25.
699	إدارة الأزمات في المؤسسات التعليمية في ضوء طرائق وتقنيات التدريس. د. رعد زكي غياض	26.
729	التوازن في تصميم الفضاءات الداخلية للمساجد الإسلامية. د. أحلام مجيد سلمان	27.
755	العلاقة بين تحصيل الطلبة في مادتي الرياضيات والحاسبات لدى طلبة كلية التربية الأساسية. م. تغويد عبد الكاظم جواد	28.
769	تقويم كتاب طرق تدريس الرياضيات للصفوف المنتهية لمعاهد المعلمين ومعاهد إعداد المعلمين. م. زهير ياسر شاوي	29.
799	مستوى معرفة الزراع بطريقة وموعد زراعة محصول الطماطة في محافظة كربلاء المقدسة . م. م. أحلام طالب كاظم	30.
813	تأثير استعمال أسلوب التمرين المتوزع والمتجمع في تطوير دقة التهديف من نقطة الجراء بكرة القدم . م. م. حارث غفور جاسم	31.
829	معوقات تدريس مادة الرياضيات في كلية التربية الأساسية من وجهة نظر تدريسي المادة ومقترحات علاجها . أ. م. د. عباس ناجي عبد الأمير م. م. تغويد عبد الكاظم جواد	32.
865	الديمقراطية والديمقراطية التوافقية . م. م. علي جاسم محمد القديسي	33.

الصفحة	الموضوع	ت
317	م. م. م. مبي علي عباس اغتراب المعلم في مرحلة التعليم الابتدائي.	12.
347	م. م. معز جاسم محمد م. م. وجدان جميل دنو التميز الموسيقي وعلاقته بالأسلوب المعرفي (الاستقلال- الاعتماد) على المجال لدى طلبة قسم الموسيقى في كلية الفنون الجميلة- بغداد.	13.
375	م. م. سعد محمد علي حميد الكرعان بعض الظواهر السلبية لدى طلبة كلية التربية الأساسية الجامعة المستصرية.	14.
389	م. مهيمن إبراهيم الجزراوي الباحث زكريا يوسف ودوره في تحقيق وشرح مخطوطات الموسيقى العربية.	15.
417	م. م. صفاء بدري محمد فن الضوء وقيمة التداخل بين الإضاءة والتشكيل.	16.
433	م. د. مالك نعمة غالي المالكي سينوغرافيا العرض المسرحي العراقي في النص الأجنبي واكتسابه صفة المحلية.	17.
435	أ. م. د. إيمان عباس علي الخفاف أثر التربية العملية في مدى التزام طلبة قسم التربية الفنية بكلية التربية الأساسية بالقواعد الأخلاقية .	18.
495	أ. م. د. إسما عيل خليات حمادي م. م. ضرعان حسن محمد القصيدة الرسم " دراسة للعلاقة بين شعر أحمد مطر ورسومات ناجي العلي"	19.
537	أ. م. د. يوسف رشيد الفعل الأرسطي... مصيره ومظاهره في المسرح الحديث .	20.
555	م. د. حاكم حمزة حمود الجبوري الآثار الاقتصادية للزكاة في الفكر الاقتصادي الإسلامي .	21.
575	م. د. حبيب ظاهر حبيب م. د. فائق جمعة مفهوم التنكر في مسرح الطفل.	22.

الفهرست

الصفحة	الموضوع	ت
1	ظاهرة الاختلاس بين الأداء السماعي والتقنين التحوي . أم.د. محمد جواد الطريحي	.1
33	شعر الأعرور الشني - دراسة موضوعية فنية. د. وياح صالح حسن	.2
67	التعريض في القصة القرآنية - دراسة تحليلية فنية. م.م. نور خالد محي الدين	.3
105	موقف بعض العلماء من اللهجات العربية بين الفصح والمذموم . م.م. علي حسين ناصر العكيلي	.4
121	دلالة الشخصيات الروائية في رواية الوليمة العارية للروائي العراقي علي بدر. د. لقاء موسى فنجان	.5
137	آيات ثمود قوم صالح الطبيخ في القرآن الكريم - دراسة موضوعية. علي مجدي علاوي	.6
167	معالم الفكر الإصلاحية عند ذي القرنين في القرآن الكريم - دراسة تحليلية وموضوعية. م. د. سعد محمد حسن الزبيدي	.7
195	العلاقة بين تحصيل طلبة معاهد إعداد المعلمين في مادة اللغة الكردية واتجاههم نحو المادة . م.م. صادق مطشر	.8
239	أثر أنموذج ريجليوت في اكتساب مفاهيم التربية الإسلامية واستبقائها لدى طالبات الصف الثاني المتوسط . أم.د. وقاء كاظم سليم م.م. إيناس عبد حسن	.9
259	الاعتدال في العلاقات الدنيوية في منظور القرآن الكريم - دراسة موضوعية م.م. حيدر عبد العزيز إسماعيل السيد حمد	.10
287	بناء برنامج إرشادي لتنمية الثقة بالنفس للمعاقين بدنياً في معاهد العمل والشؤون الاجتماعية . أ.د. عدنان غائب م.د. سعدية كريم	.11

معتمدة في نقابة الصحفيين العراقيين برقم 286

رقم الإيداع لدى دار الكتب والوثائق

616 لسنة 1994

رقم التصنيف المعياري الدولي

ISSN 1815-7467

حقوق الطبع والنشر والتوزيع محفوظة

لعمادة كلية التربية الأساسية في الجامعة المستنصرية

ما ورد في هذا العدد يعبر عن آراء الباحثين ولا يمثل بالضرورة آراء هيئة التحرير

المنتدرف العام

الأستاذ المساعد الدكتور كاظم كريم رضا

رئيس التحرير

الأستاذ المساعد الدكتور يونس عباس حسين

أعضاء هيئة التحرير

أ.م.د. جمال جليل إسماعيل

أ.م. د. ماهر أحمد عاصي

د. حاتم محمد أمين

أ.م. إيمان فتحي

أ.م. د. رائد حسين الملا

أ.م. د. عبد العزيز داخل

أعضاء الهيئة الاستشارية

أ.د. نعمة رحيم العزاوي / جامعة بغداد / كلية التربية - ابن رشد

أ.د. جاسم الحلو / الجامعة التكنولوجية / العلوم التطبيقية

أ.د. طارق نافع الحمداني / جامعة بغداد / كلية التربية

أ.د. نادر جورج / الجامعة المستنصرية / كلية التربية

أ.د. سمير كاظم الخليل / الجامعة المستنصرية / كلية الآداب

أ.د. أحمد إسماعيل محمد / جامعة بغداد / كلية التربية للبنات

أ.م. د. خميس سبع الدليمي / الجامعة المستنصرية / كلية التربية الأساسية

أ.م.د. عبد الجبار علي دروش / الجامعة المستنصرية / كلية التربية الأساسية

أ.م. د. حاتم علو الطائي / وزارة التربية / مركز البحوث والدراسات التربوية

مجلة
كلية التربية الأساسية

JOURNAL OF THE COLLEGE
OF BASIC EDUCATION

مجلة
كلية التربية الأساسية
JOURNAL OF THE COLLEGE
OF BASIC EDUCATION

مجلة
كلية التربية الأساسية
JOURNAL OF THE COLLEGE
OF BASIC EDUCATION

مجلة
كلية التربية الأساسية
JOURNAL OF THE COLLEGE
OF BASIC EDUCATION

مجلة
كلية التربية الأساسية
JOURNAL OF THE COLLEGE
OF BASIC EDUCATION

مجلة

كلية التربية الأساسية

مجلة علمية محكمة تعنى بنشر
الأبحاث العلمية والإنسانية والدراسات
التربوية والنفسية

المجلد الخامس عشر
ملحق العدد الستين
1 تشرين الأول 2009

تصدر من
كلية التربية الأساسية - الجامعة
المستنصرية
للمراسلات
بغداد - الجامعة المستنصرية - كلية التربية
الأساسية

ص.ب : 46130
هاتف : 4436274 (بدالة بخمسة خطوط

البريد الإلكتروني :
E: ju_Baed54@yahoo.com

رقم الإيداع لدى دار الكتب والوثائق
616 لسنة 1994

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

الجامعة المستنصرية

كلية التربية الأساسية

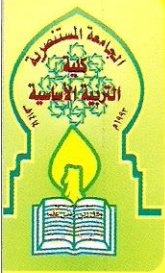
مجلة

كلية التربية

الأساسية

مجلة علمية محكمة تصدرها كلية التربية الأساسية في الجامعة المستنصرية - بغداد

ملحق العدد الستين 1 تشرين الأول 2009 المجلد الخامس عشر



ISSN 1815 - 7467

مجلة كلية التربية الأساسية

مجلة علمية محكمة تصدرها كلية التربية الأساسية في الجامعة المستنصرية

السنة ١ تشرين الأول ٢٠٠٩ ملحق العدد ٦٠ المجلد ١٥