saadi fatima

التصحيح النموذجي امتحانات جامعة عبد الحميد مهري قسنطينة- 2-

كلية العلوم الاقتصادية و التسيير و علوم التجارية

جمع و تنسيق من اعداد

سعدي فاطمة

kaakaa17000@gmail.com

2021/2020

مقدمـــــة

الحمد لله الذي قد أعطى ووهب بفضله وكرمه وجعل العلم لنا سراجاً، ونبراساً نهتدي به أما بعد.

إنه من دواعي سرورنا أن نقدم إلى كل الزملاء الطلبة و الطالبات، و أضع بين أيديكم باقة عمل لمساعدتكم في إتمام وفهم دروس ، متجلية في مجموعة هائلة **من التصحيح النموذجي للامتحانات الفصول – السداسي الاول و الثاني– في مختلف التخصصات و المقاييس المتواجدة في كلية العلوم الاقتصادية و التجارية و علوم التسيير لجامعة الحاج لخضر باتنة –1–** ، وهي خطوة طال انتظارها وأخيرا جاءت في وقتها ليكون الكتاب بصورة غير تقليدية تستفيد من المعلومات المتطورة و التطبيقات وشكل الأسئلة والامتحان بل وعملية التصحيح نفسها بحيث نستفيد بشكل كامل ، لتكون العملية التعليمية في النهاية أكثر سلاسة، و سهولة، وموضوعية ومحققة للهدف.

أسعى من خلالها من إفادتكم بمعلومات كافية تغنيكم عن اللهث وراء جمع هذه المواضيع وحلها النموذجي الذي يأخذ قسطا لا باس به من وقت التحضير لامتحانات، ونحن نقدمه أيضاً إلى كل الأفراد المهتمين بالعلم وتربطنا بهم رباط العلم المقدس، وندعو الله عز وجل أن يلقى استحسانكم، وكم نتمنى أن يكون على المستوى اللائق، ونتمنى من الله أن نكون لم نقصر أو نهمل أي من عناصر المختلفة.

كذلك نتمنى من الأساتذة الافاضل و إخواننا الطلبة أن لا يبخلوا علينا بأي ملاحظة ، أو إضافة يجب ان نضيفها ، ونحن نقدر ونحترم أي اقتراح تقدموه لنا، ونحن نحاول ونبذل جهدنا كي نتفادى الأخطاء والأغلاط التي قد نكون وقعنا بها. ونسأل العلي الكريم أن يديم علينا نعمه، وأن يحفظكم جميعاً بعينه التي لا تنام، وان يحفظ الوطن الغالي من كل الشرور والمكائد، ويهدينا وأياكم إلى ما يحبه ويرضاه.

و في الاخير نرجو من الله تعالى ان يكون هذا العمل بادرة خير لأعمال أفضل في المستقبل و صدقة جارية .

تحياتنا للجميع بالنجاح والتوفيق.

اللهم وفق جامعها ومعدها وناشرها إلى ما يصبوا إليه.

saadi fatima

قسم جذع مشترك

قسم العلوم المالية و المحاسبة

قسم العلوم الاقتصادية

قسم العلوم التسيير

قسم العلوم التجارية

2020-2019

saadi fatima

جامعة عبد الحميد مهري قسنطينة 2
كلية العلوم الاقتصادية و علوم التسيير و التجارة
قسم LMD

السنة الجامعية 2019/2018
السداسي الاول
اليوم 14 جانفي 2019 الساعة 14.30
مدة الامتحان ساعة و نصف

الامتحان الاول في مقياس الرياضيات (المنتقلين)

التمرين الاول:

- أدرس طبيعة المتتاليات المعرفة بحدها العام:

$$u_n = \frac{3n^2+5}{n(n+1)}, u_n = \frac{-n^2-15n}{n+2}, u_n = \frac{n^2 cos(n\pi)}{n(n+1)}$$

لتكن المتتالية المعرفة بحدها العام

$$u_n = \frac{2^n}{n!}, n \in \mathbb{N}$$

- بين أن هذه المتتالية محدودة من الاسفل ثم أدرس الرتابة مستنتجا طبيعتها

التمرين الثاني:

- أدرس طبيعة السلاسل التالية

$$\sum_{n\geq1} \frac{3n^2+5}{n(n+1)}, \sum_{n\geq1} \frac{\sqrt{n}}{n^2}, \sum_{n\geq1} \frac{\sqrt{n^3}}{n^2}$$

- باستعمال قاعدة دالمبير ادرس طبيعة السلسة المعرفة بحدها العام:

$$u_n = \frac{2^n}{n!}$$

- استنتج

$$\lim_{n\to+\infty} u_n$$

التمرين الثالث:

- ليكن التابع المعرف على مجموعة الاعداد الحقيقية كما يلي:

$$f(x) = |x-2|$$

1. ادرس الاستمرار عند النقطة $x_0 = 2$
2. ادرس الاشتقاق عند النقطة $x_0 = 2$
3. ماذا يمكن ان تستنتج؟

- هل التابع التابع التالي يقبل التمديد بالاستمرار و لماذا؟

$$g(x) = \frac{|x-2|}{x-2}$$

ملاحظة: يمنع استعمال الالة الحاسبة و الهاتف النقال

التصحيح النموذجي لامتحان الرياضيات (المنتقلين)

التمرين الاول: (7 نقاط)

- دراسة طبيعة المتتاليات

$$u_n = \frac{3n^2+5}{n(n+1)}$$

$$\lim_{n\to+\infty} u_n = \lim_{n\to+\infty} \frac{3n^2+5}{n(n+1)} = \lim_{n\to+\infty} \frac{3n^2}{n^2} = 3$$

و منه فان المتتالية متقاربة نحو العدد 3..................(1.5)

$$u_n = \frac{-n^2-15n}{n+2}$$

$$\lim_{n\to+\infty} u_n = \lim_{n\to+\infty} \frac{-n^2-15n}{n+2} = \lim_{n\to+\infty} \frac{-n^2}{n} = \lim_{n\to+\infty} -n = -\infty$$

النهاية غير منتهية و منه فان المتتالية متباعدة ....(1.5)

$$u_n = \frac{n^2 cos(n\pi)}{n(n+1)}$$

$$u_n = \frac{n^2 cos(n\pi)}{n(n+1)} = \frac{n^2(-1)^n}{n(n+1)} = \begin{cases} \dfrac{n^2}{n(n+1)} & ;\text{كان إذا } n \text{ زوجي} \\ \dfrac{-n^2}{n(n+1)} & ;\text{كان اذا } n \text{ فردي} \end{cases}$$

$$\lim_{n\to+\infty} u_n = \begin{cases} 1 & ;\text{كان إذا } n \text{ زوجي} \\ -1 & ;\text{كان إذا } n \text{ فردي} \end{cases}$$

أي ان النهاية غير موجودة و بالتالي فان المتتالية متباعدة..................(1.5)

- لتكن المتتالية المعرفة بحدها العام

$$u_n = \frac{2^n}{n!}, n \in \mathbb{N}$$

من الواضح ان:

$$\forall n \in \mathbb{N}: u_n > 0$$

أي ان كل حدود المتتالية هي حدود موجبة تماما و بالتالي فهي محدودة من الاسفل بالعدد 0..................(1)

دراسة الرتابة

$$u_{n+1}-u_n=\frac{2^{n+1}}{(n+1)!}-\frac{2^n}{n!}=\frac{2^n\times 2}{(n+1)n!}-\frac{2^n}{n!}=\frac{2^n}{n!}\left(\frac{2}{(n+1)}-1\right)\leq 0;\ \forall n>0$$

أي ان لدينا

$$u_{n+1}-u_n\leq 0;\ \forall n>0$$

و هذا يدل على ان المتتالية متناقصة..................(1)

نتيجة: المتتالية متناقصة و محدودة من الاسفل فهي متقاربة ....(0.5)

التمرين الثاني: (6.5 نقاط)

➢ دراسة طبيعة السلاسل

$$\sum_{n\geq 1}\frac{3n^2+5}{n(n+1)}$$

التحقق من الشرط اللازم للتقارب

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{3n^2+5}{n(n+1)}=3\neq 0$$

الشرط اللازم للتقارب غير محقق و بالتالي السلسلة متباعدة..................(1.5)

$$\sum_{n\geq 1}\frac{\sqrt{n}}{n^2}$$

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{\sqrt{n}}{n^2}=\lim_{n\to+\infty}\frac{n^{\frac{1}{2}}}{n^2}=\lim_{n\to+\infty}\frac{1}{n^{2-\frac{1}{2}}}=\lim_{n\to+\infty}\frac{1}{n^{\frac{3}{2}}}=0$$

الشرط اللازم للتقارب محقق و منه ندرس طبيعة السلسلة

من الواضح انها سلسلة ريمان متقاربة لان $\alpha=\frac{3}{2}>1$..................(1.5)

$$\sum_{n\geq 1}\frac{\sqrt{n^3}}{n^2}$$

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{\sqrt{n^3}}{n^2}=\lim_{n\to+\infty}\frac{n^{\frac{3}{2}}}{n^2}=\lim_{n\to+\infty}\frac{1}{n^{2-\frac{3}{2}}}=\lim_{n\to+\infty}\frac{1}{n^{\frac{1}{2}}}=0$$

الشرط اللازم للتقارب محقق و منه ندرس طبيعة السلسلة

من الواضح انها سلسلة ريمان متباعدة لان $\alpha=\frac{1}{2}\leq 1$..................(1.5)

➢ باستعمال قاعدة دالمبير ندرس طبيعة السلسلة المعرفة بحدها العام

$$u_n = \frac{2^n}{n!}$$

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{\frac{2^{n+1}}{(n+1)!}}{\frac{2^n}{n!}} = \frac{2^{n+1}}{(n+1)!} \times \frac{n!}{2^n} = \frac{2^n \times 2}{(n+1)n!} \times \frac{n!}{2^n} = \frac{2}{(n+1)}$$

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = \lim_{n\to+\infty} \frac{2}{(n+1)} = 0 < 1$$

و منه حسب قاعدة دالمبير فان السلسلة المعطاة متقاربة **..................(1.5)**

بما ان السلسلة متقاربة فهي تحقق الشرط اللازم للتقارب أي ان نهاية الحد العام تؤول الى الصفر **..................(0.5)**

$$\lim_{n\to+\infty} u_n = \lim_{n\to+\infty} \frac{2^n}{n!} = 0$$

<u>التمرين الثالث:</u> (6.5 نقاط)

➢ ليكن التابع

$$f(x) = |x-2|, x \in \mathbb{R}; f(2) = 0$$

1. دراسة الاستمرار

$$\lim_{x\to 2} f(x) = 0 = f(2)$$

و منه فان التابع f مستمر عند النقطة $x_0 = 2$ **..................(1)**

2. دراسة الاشتقاق

$$f(x) = |x-2| = \begin{cases} x-2; & x \geq 2 \\ -(x-2); & x < 2 \end{cases}$$

الاشتقاق من اليمين **..................(1.5)**

$$\lim_{\substack{x\to 2 \\ >}} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} = \lim_{\substack{x\to 2 \\ >}} \frac{f(x)}{x-2} = \lim_{\substack{x\to 2 \\ >}} \frac{|x-2|}{x-2} = \lim_{\substack{x\to 2 \\ >}} \frac{x-2}{x-2} = 1$$

و منه فان التابع f يقبل الاشتقاق عند النقطة $x_0 = 2$ من اليمين و قيمة المشتقة من اليمين عند النقطة $x_0 = 2$ هي

$$f'_d(2) = 1$$

الاشتقاق من اليسار **..................(1.5)**

$$\lim_{\substack{x\to 2 \\ <}} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} = \lim_{\substack{x\to 2 \\ <}} \frac{f(x)}{x-2} = \lim_{\substack{x\to 2 \\ <}} \frac{|x-2|}{x-2} = \lim_{\substack{x\to 2 \\ <}} \frac{x-2}{x-2} = -1$$

و منه فان التابع f يقبل الاشتقاق عند النقطة $x_0 = 2$ من اليسار و قيمة المشتقة من اليسار عند النقطة $x_0 = 2$ هي

$$f'_g(2) = -1$$

و منه و بما ان لدينا

$$f_d'(2) \neq f_g'(2)$$

و بالتالي فان التابع f لا يقبل الاشتقاق عند النقطة $x_0 = 2$..................(0.5)

3. نتيجة: الاستمرار لا يستلزم الاشتقاق..................(0.5)

➢ دراسة التمديد بالاستمرار

من الواضح ان

$$\lim_{x\to 2} g(x) = \lim_{x\to 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$$

و قد راينا ان هذه النهاية غير موجودة لان قيمتها من ليمين هي 1 و من اليسار -1 و بالتالي لا يمكن تمديد التابع g بالاستمرار
..................(1.5)

saadi fatima

السنة الجامعية 2018/2017
السداسي الأول
2018/01/14 مدة الامتحان ساعة و نصف

جامعة عبد الحميد مهري قسنطينة 2
كلية العلوم الاقتصادية و علوم التسيير
قسم LMD

ملاحظة: لا يضع الطالب امامه إلا قلم واحد (أسود أو أزرق) و بطاقة الطالب

يمنع إخراج الهاتف النقال او الألة الحاسبة أثناء الامتحان

المراقبة الاولى في مقياس الرياضيات

التمرين الاول: (5 نقاط) لتكن المتتالية العددية المعرفة بحدها العام:

$$u_n = \frac{1}{n\pi}; n \in \mathbb{N}^*$$

- أدرس تقارب المتتالية (u_n)
- أدرس طبيعة السلسلة

$$\sum_{n\geq 1} u_n$$

- بين أن

$$\lim_{n\to+\infty} cos\frac{1}{u_n}$$

غير موجودة

- استنتج أن

$$\lim_{x\to 0} cos\frac{1}{x}$$

غير موجودة.

التمرين الثاني: (5 نقاط) ليكن التابع:

$$f(x) = sinx.cos\frac{1}{x}$$

- أحسب

$$\lim_{x\to 0} f(x)$$

- هل التابع f يقبل التمديد بالاستمرار عند النقطة $x_0 = 0$
- إذا كان الجواب بنعم فهل التابع الممدد يقبل الاشتقاق عند النقطة $x_0 = 0$

التمرين الثالث: (5 نقاط) أحسب النهاية التالية بطريقتين (لوبيطال و النشر المحدود)

$$\lim_{x\to 0}\frac{sinx - xcosx}{x^3}$$

التمرين الربع : (5 نقاط) باستعمال التكامل بالتجزئة احسب التكامل التالي:

$$\int (x^2 + 5x + 6)cosxdx$$

saadi fatima

الحل النموذجي للمراقبة الاولى في مقياس الرياضيات

حل التمرين الاول:

- لدينا:

$$\lim_{n\to+\infty} u_n = \lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n\pi} = \frac{1}{\infty} = 0$$

و منه فإن المتتالية (u_n) متقاربة نحو الصفر.

- بما أن:

$$n\pi > n;\ \forall n \in \mathbb{N}^* \Leftrightarrow \frac{1}{n} > \frac{1}{n\pi};\ \forall n \in \mathbb{N}^*$$

$$\Leftrightarrow \sum_{n\geq 1} \frac{1}{n} > \sum_{n\geq 1} \frac{1}{n\pi}$$

بما أن $\sum \frac{1}{n}$ سلسلة ريمان متباعدة لأن $\alpha = 1$ و حسب طريقة المقارنة فإن السلسلة $\sum \frac{1}{n\pi}$ تكون متباعدة.

- نلاحظ أن:

$$cos\frac{1}{u_n} = cos(n\pi) = \begin{cases} 1; & n \text{ زوجي} \\ -1; & n \text{ فردي} \end{cases}$$

و منه

$$\lim_{n\to+\infty} cos\frac{1}{u_n} = \lim_{n\to+\infty} cos(n\pi) = \begin{cases} 1; & n \text{ زوجي} \\ -1; & n \text{ فردي} \end{cases}$$

النهاية ليست وحيدة و بالتالي فهي غير موجودة

- نضع:

$$u_n = x \Rightarrow (n \to +\infty \Leftrightarrow x \to 0)$$

و منه فإن

$$\lim_{x\to 0} cos\frac{1}{x}$$

غير موجودة

التمرين الثاني:

- حساب النهاية:

نضع:

$$g(x) = sinx, h(x) = cos\frac{1}{x}$$

لدينا التابع h هو تابع محدود لان $\forall x \in \mathbb{N}^* : -1 \le cos\frac{1}{x} \le 1$ و

$$\lim_{x\to 0} sinx = 0$$

و منه فإن:

$$\lim_{x\to 0} sinx.\,cos\frac{1}{x} = 0$$

- النهاية موجودة و منتهية إذن التابع f يقبل التمديد بالاستمرار عند النقطة $x_0 = 0$ و لدينا:

$$\hat{f}(x) = \begin{cases} sinx.\,cos\frac{1}{x} & ; x \neq 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$$

التابع $\hat{f}$ معرف و مستمر على $\mathbb{R}$.

- قابلية الاشتقاق عند النقطة $x_0 = 0$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\hat{f}(x)-\hat{f}(0)}{x-0} = \lim_{x\to 0}\frac{sinx.\,cos\frac{1}{x}}{x} = \lim_{x\to 0}\frac{sinx}{x}.\,cos\frac{1}{x}$$

لدينا $\lim_{x\to 0} cos\frac{1}{x}$ غير موجودة في حين $\lim_{x\to 0}\frac{sinx}{x} = 1$ و من ثم فإن:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\hat{f}(x)-\hat{f}(0)}{x-0}$$

غير موجودة مما يدل على ان التابع $\hat{f}$ لا يقبل الاشتقاق عند النقطة $x_0 = 0$.

حل التمرين الثالث:

- طريقة لوبيطال:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\mathrm{sinx - x.\,cosx}}{x^3} = \frac{0}{0} \quad \text{ح ع ت}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\mathrm{sinx - x.\,cosx}}{x^3} = \lim_{x\to 0}\frac{cosx - \mathrm{cosx + x.\,sinx}}{3x^2} = \lim_{x\to 0}\frac{.\,\mathrm{sinx}}{3x} = \frac{0}{0} \quad \text{ح ع ت}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\mathrm{sinx - x.\,cosx}}{x^3} = \lim_{x\to 0}\frac{\mathrm{sinx}}{3x} = \lim_{x\to 0}\frac{\mathrm{cosx}}{3} = \frac{1}{3}$$

و منه فإن:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\mathrm{sinx - x.\,cosx}}{x^3} = \frac{1}{3}$$

- طريقة النشر المحدود:

$$sinx = x - \frac{x^3}{3!} + o(x^4)$$

$$cosx = 1 - \frac{x^2}{2!} + o(x^3) \Leftrightarrow x.cosx = x - \frac{x^3}{2!} + o(x^4)$$

$$\Leftrightarrow \mathrm{sinx} - \mathrm{x.cosx} = \frac{x^3}{3} + o(x^4)$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x\to 0} \frac{\mathrm{sinx} - \mathrm{x.cosx}}{x^3} = \lim_{x\to 0} \frac{\frac{x^3}{3} + o(x^4)}{x^3} = \lim_{x\to 0} \frac{x^3\left(\frac{1}{3} + o(x)\right)}{x^3} = \lim_{x\to 0} \left(\frac{1}{3} + o(x)\right) = \frac{1}{3}$$

حل التمرين الرابع:

$$I = \int (x^2 + 5x + 6)cosxdx$$

نضع:

$$f'(x) = cosx \longrightarrow f(x) = sinx$$

$$g(x) = x^2 + 5x + 6 \longrightarrow g'(x) = 2x + 5$$

$$I = (x^2 + 5x + 6)sinx - \int (2x + 5)sinxdx$$

نضع:

$$I_1 = \int (2x + 5)sinxdx$$

نضع:

$$f'(x) = sinx \longrightarrow f(x) = -cosx$$

$$g(x) = 2x + 5 \longrightarrow g'(x) = 2$$

$$I_1 = -(2x + 5)cosx + 2\int cosxdx = -(2x + 5)cosx + 2sinx$$

و منه:

$$I = (x^2 + 5x + 6)sinx - (-(2x + 5)cosx + 2sinx) + c$$

$$= (x^2 + 5x + 4)sinx + (2x + 5)cosx + c$$

saadi fatima

جامعة عبد الحميد مهري قسنطينة 2
كلية العلوم الاقتصادية و علوم التسيير
قسم LMD

السنة الجامعية 2018/2017
السداسي الأول
2018/01/14 مدة الامتحان ساعة و نصف

ملاحظة: لا يضع الطالب امامه إلا قلم واحد (أسود أو أزرق) و بطاقة الطالب

يمنع إخراج الهاتف النقال او الألة الحاسبة أثناء الامتحان

المراقبة الاولى في مقياس الرياضيات

التمرين الاول: (5 نقاط) لتكن المتتالية العددية المعرفة بحدها العام:

$$u_n = \frac{2}{(2n+1)\pi} ; n \in \mathbb{N}^*$$

- أدرس تقارب المتتالية (u_n)
- أدرس طبيعة السلسلة

$$\sum_{n\geq 0} u_n$$

- بين أن

$$\lim_{n\to+\infty} sin\frac{1}{u_n}$$

غير موجودة

- استنتج أن

$$\lim_{x\to 0} sin\frac{1}{x}$$

غير موجودة.

التمرين الثاني: (5 نقاط) ليكن التابع:

$$f(x) = sinx . sin\frac{1}{x}$$

- أحسب

$$\lim_{x\to 0} f(x)$$

- هل التابع f يقبل التمديد بالاستمرار عند النقطة $x_0 = 0$
- إذا كان الجواب بنعم فهل التابع الممدد يقبل الاشتقاق عند النقطة $x_0 = 0$

التمرين الثالث: (5 نقاط) أحسب النهاية التالية بطريقتين (لوبيطال و النشر المحدود)

$$\lim_{x\to 0} \frac{x - xcosx}{x - sinx}$$

التمرين الربع : (5 نقاط) باستعمال التكامل بالتجزئة احسب التكامل التالي:

$$\int (x^2 + x + 1)e^{-x}dx$$

saadi fatima

الحل النموذجي للمراقبة الاولى في مقياس الرياضيات

حل التمرين الاول:

- لدينا:

$$\lim_{n\to+\infty} u_n = \lim_{n\to+\infty} \frac{2}{(2n+1)\pi} = \frac{2}{\infty} = 0$$

و منه فإن المتتالية (u_n) متقاربة نحو الصفر.

- بما أن:

$$(2n+1)\pi > n;\ \forall n \in \mathbb{N}^* \Leftrightarrow \frac{1}{n} > \frac{1}{(2n+1)\pi};\ \forall n \in \mathbb{N}^* \Leftrightarrow \frac{2}{n} > \frac{2}{(2n+1)\pi};\ \forall n \in \mathbb{N}^*$$

$$\Leftrightarrow \sum_{n\geq 0}\frac{2}{n} > \sum_{n\geq 0}\frac{2}{(2n+1)\pi}$$

بما أن $2\sum\frac{1}{n}$ سلسلة ريمان متباعدة لأن $\alpha = 1$ و حسب طريقة المقارنة فإن السلسلة $2\sum\frac{1}{(2n+1)\pi}$ تكون متباعدة.

- نلاحظ أن:

$$sin\frac{1}{u_n} = sin\left(\frac{(2n+1)\pi}{2}\right) = \begin{cases} 1; & n \text{ زوجي} \\ -1; & n \text{ فردي} \end{cases}$$

و منه

$$\lim_{n\to+\infty} sin\frac{1}{u_n} = \lim_{n\to+\infty} sin\left(\frac{(2n+1)\pi}{2}\right) = \begin{cases} 1; & n \text{ زوجي} \\ -1; & n \text{ فردي} \end{cases}$$

النهاية ليست وحيدة و بالتالي فهي غير موجودة

- نضع:

$$u_n = x \Rightarrow (n \to +\infty \Leftrightarrow x \to 0)$$

و منه فإن

$$\lim_{x\to 0} sin\frac{1}{x}$$

غير موجودة

التمرين الثاني:

- حساب النهاية:

نضع:

$$g(x) = sinx, h(x) = sin\frac{1}{x}$$

saadi fatima

لدينا التابع h هو تابع محدود لان $\forall x \in \mathbb{N}^*: -1 \leq sin\frac{1}{x} \leq 1$ و

$$\lim_{x\to 0} sinx = 0$$

و منه فإن:

$$\lim_{x\to 0} sinx. sin\frac{1}{x} = 0$$

- النهاية موجودة و منتهية إذن التابع f يقبل التمديد بالاستمرار عند النقطة $x_0 = 0$ و لدينا:

$$\hat{f}(x) = \begin{cases} sinx. sin\frac{1}{x} & ; x \neq 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$$

التابع $\hat{f}$ معرف و مستمر على $\mathbb{R}$.

- قابلية الاشتقاق عند النقطة $x_0 = 0$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\hat{f}(x) - \hat{f}(0)}{x - 0} = \lim_{x\to 0} \frac{sinx. sin\frac{1}{x}}{x} = \lim_{x\to 0} \frac{sinx}{x}. sin\frac{1}{x}$$

لدينا $\lim_{x\to 0} sin\frac{1}{x}$ غير موجودة في حين $\lim_{x\to 0} \frac{sinx}{x} = 1$ و من ثم فإن:

$$\lim_{x\to 0} \frac{\hat{f}(x) - \hat{f}(0)}{x - 0}$$

غير موجودة مما يدل على ان التابع $\hat{f}$ لا يقبل الاشتقاق عند النقطة $x_0 = 0$.

حل التمرين الثالث:

- طريقة لوبيطال:

$$\lim_{x\to 0} \frac{x - x. \cos x}{x - sinx} = \frac{0}{0} \quad \text{ح ع ت}$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{x - x. \cos x}{x - sinx} = \lim_{x\to 0} \frac{1 - \cos x + x. \sin x}{1 - cosx} = \frac{0}{0} \quad \text{ح ع ت}$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{x - x. \cos x}{x - sinx} = \lim_{x\to 0} \frac{1 - \cos x + x. \sin x}{1 - cosx} = \lim_{x\to 0} \frac{\sin x + \sin x + x. \cos x}{sinx}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{2\sin x + x. \cos x}{sinx} = \frac{0}{0} \quad \text{ح ع ت}$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{x - x. \cos x}{x - sinx} = \lim_{x\to 0} \frac{2\sin x + x. \cos x}{sinx} = \lim_{x\to 0} \frac{3\cos x - x. \sin x}{cosx} = 3$$

و منه فإن:

$$\lim_{x\to 0} \frac{x - x. \cos x}{x - sinx} = 3$$

- طريقة النشر المحدود:

saadi fatima

$$sinx = x - \frac{x^3}{3!} + o(x^4) \Leftrightarrow x - sinx = \frac{x^3}{3!} + o(x^4)$$

$$cosx = 1 - \frac{x^2}{2!} + o(x^3) \Leftrightarrow x.cosx = x - \frac{x^3}{2!} + o(x^4) \Leftrightarrow x - x.cosx = \frac{x^3}{2!} + o(x^4)$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\text{x} - \text{x.cosx}}{x - sinx} = \lim_{x\to 0} \frac{\frac{x^3}{2} + o(x^4)}{\frac{x^3}{6} + o(x^4)} = \lim_{x\to 0} \frac{x^3\left(\frac{1}{2} + o(x)\right)}{x^3\left(\frac{1}{6} + o(x)\right)} = \lim_{x\to 0} \frac{\frac{1}{2} + o(x)}{\frac{1}{6} + o(x)} = 3$$

حل التمرين الرابع:

$$I = \int (x^2 + x + 1)e^{-x} dx$$

نضع:

$$f'(x) = e^{-x} \longrightarrow f(x) = -e^{-x}$$

$$g(x) = x^2 + x + 1 \longrightarrow g'(x) = 2x + 1$$

$$I = -(x^2 + x + 1)e^{-x} + \int (2x + 1)e^{-x} dx$$

نضع:

$$I_1 = \int (2x + 1)e^{-x} dx$$

نضع:

$$f'(x) = e^{-x} \longrightarrow f(x) = -e^{-x}$$

$$g(x) = 2x + 1 \longrightarrow g'(x) = 2$$

$$I_1 = -(2x + 1)e^{-x} + 2\int e^{-x} dx = -(2x + 1)e^{-x} - 2e^{-x}$$

و منه:

$$I = -(x^2 + x + 1)e^{-x} - (2x + 1)e^{-x} - 2e^{-x} + c$$

$$= -(x^2 + 3x + 4)e^{-x} + c$$

saadi fatima

الإجابة النموذجية

السؤال الأول:

- **أولا:**

1. تنعدم المنفعة **الحدية** عندما تبلغ المنفعة **الكلية** أعظم قيمة لها، ويطلق على هذا الوضع بـ "وضع أو نقطة **الإشباع**".
2. عند وضع التوازن يكون ميل منحنى السواء **مساو** لميل خط الميزانية.
3. انتقال خط الميزانية بالكامل إلى الأعلى جهة اليمين قد ينتج عن **ثبات** سعري السلعتين **وارتفاع** الدخل النقدي
4. منحنى أنجل بالنسبة لسلعة معينة **ليس** نفسه منحنى الطلب لأنه يعبر عن العلاقة بين الكمية المطلوبة منها **والدخل**.
5. إذا كانت السلعتين x و y بديلتين، فهذا يعني أن **كمياتهما** تميل للتحرك في الاتجاه **المعاكس**.

- **ثانيا:** طبيعة **مرونة الطلب** السعرية:

1- الطلب غير مرن تماما (عديم المرونة) **2-** طلب متكافئ (أحادي) المرونة **3-** الطلب غير مرن نسبيا

السؤال الثاني:

Q	1	2	3	4	5	6	7	8
Utx	**72**	132	180	**216**	244	**264**	276	280
Uty	**28**	52	**70**	82	92	100	**106**	110
Umx	72	60	48	36	**28**	20	12	**4**
Umy	28	**24**	18	**12**	10	**8**	6	4
Umx/Px	18	**15**	**12**	9	7	5	**3**	1
Umy/Py	14	12	9	6	**5**	4	3	**2**

شرطي التوازن: 1) Umx/Px = Umy/Py 2) R= xPx + yPy

(1) **λ =12** (x=2 , y=3) ...... R=(2)(4)+(3)(2)= 14 < **34** الشرط غير محقق

(2) **λ =9** (x=3 , y=4) ...... R=(3)(4)+(4)(2)= 20 < **34** الشرط غير محقق

(3) λ =5 (x=6 , y=5) ...... R=(6)(4)+(5)(2)= 34 = 34 الشرط محقق

(4) **λ =3** (x=7 , y=7) ...... R=(7)(4)+(7)(2)= 42 >**34** الشرط غير محقق

يتوازن المستهلك عند (x=6 , y=5)

المنفعة الكلية: **Ut** = $Ut_{(x=6)} + Ut_{(y=5)}$ = (264) + (92) = **356**

السؤال الثالث:

- دوال المنفعة الحدية: Umy=x Umx=y+1
- دوال الطلب: Y=(R−Py)/2Py X=(R+Py)/2Px
- التوليفة التوازنية : Y=17 X=9
- استخرج معادلة خط الميزانية: Y=(R/Py)-(Px/Py)X .... **Y=35-2X**
- معادلة منحنى السواء: Y=(Ut−x)/x .... **Y=(162−x)/x**
- تغير Py : Py= 8 (x=9.25 , y=8.25) Py=2 (x=8.87 , y=34.5)

الاستنتاج: تغير Py أدى إلى تغير **كميات السلعتين** x و y في اتجاهين **متعاكسين**، وعليه فالسلعتين **بديلتين**.

saadi fatima

كن في الحياة كعابر سبيل
واترك وراءك كل أثر جميل
فما نحن في الدنيا إلا ضيوف
وما على الضيف إلا الرحيل

بالتوفيق و النجاح لطلبتنا الأعزاء
سعدي فاطمة